

Potenzen & Potenzfunktionen - Rechenregeln und Funktionseigenschaften -

Umkehrung von Potenzen

Um die Gleichung $x^n = a$ zu lösen brauchst du die n-te Wurzel: $x = \sqrt[n]{a}$

$$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p} = \sqrt[q]{a}^p, \quad \text{also } \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad a \in \mathbb{R}; n \in \mathbb{N}; p, q \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$$

weitere Zusammenhänge

$$a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; p, q \in \mathbb{Z}$$

$$a^p \cdot a^q = a^{p+q} \quad \frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$$

$$a^p \cdot b^p = (a \cdot b)^p \quad \frac{a^p}{b^p} = \left(\frac{a}{b}\right)^p$$

$$(a^p)^q = a^{p \cdot q}$$

$$(\sqrt[n]{a})^n = a \quad a \in [0; +\infty[; b \in]0; +\infty[$$

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b} \quad \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

Wurzeln

Potenzfunktionsabbildung

$$f: y = x^n \xrightarrow{\vec{v} = \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}} f': y = (x - c)^n + d$$

Bei einer Parallelverschiebung wird einfach direkt am x ein c abgezogen und am Ende ein d addiert.

Parallelverschiebung

$$f: y = x^n \xrightarrow{x\text{-Achse}, k} f': y = k \cdot x^n$$

Der Funktionsterm wird mit k multipliziert

Orthogonale Affinität an der x-Achse

Jede Funktion kann auf diese Weise abgebildet werden

Achtung: Durch das Abbilden können sich Asymptoten, Definitions- und Wertemenge, Symmetrieachsen usw. ändern.

Allgemeines

Lineare Funktionen

Geraden mit der Gleichung $y = mx + t$ ← y-Achsen-Abschnitt

Steigung

$\mathbb{D} = \mathbb{R}; \mathbb{W} = \mathbb{R}$

$$m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \tan \alpha$$

Steigung:

Aus 2 Punkten auf der Geraden Gleichung ermitteln:

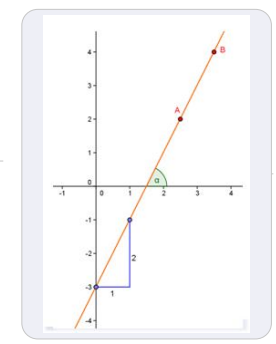
m mit Formel errechnen und mit einem Punkt in $y = mx + t$ einsetzen

$$\begin{aligned} y_A &= mx_A + t \\ \wedge y_B &= mx_B + t \end{aligned}$$

Ein Gleichungssystem mit dem beiden Punkten aufstellen

Nullstellen: $y=0$ setzen

Schnittpunkte: Gleichsetzen



Quadratische Funktionen

Normalform $y = ax^2 + bx + c$

Binomische Formel (green arrow) and quadr. Ergänzung (orange arrow)

Scheitelform $y = (x - x_S)^2 + y_S$

$$\mathbb{D} = \mathbb{R}$$

$$\mathbb{W} = \{y | y \geq y_S\} \text{ für } a < 0$$

$$\mathbb{W} = \{y | y \leq y_S\} \text{ für } a > 0$$

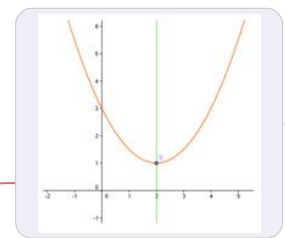
Symmetrieachse: $s = x_S$

Scheitel: $S(x_S | y_S)$

Offnungsfaktor a: $a > 0$: nach oben geöffnet, $a < 0$: nach unten geöffnet

Nullstellen: $y=0$ setzen und mit allgemeiner Lösungsformel lösen!

Schnittpunkte: Egal ob Parabel mit Parabel oder Parabel mit Gerade, immer gleichsetzen! Allgemeine Lösungsformel anwenden!



Potenzfunktionen

Alle Funktionen der Form $y = x^n \quad n \in \mathbb{Z}$

Diese Funktionen haben ja nach n verschiedene Eigenschaften. Zeichnen kannst du sie mit Hilfe einer Wertetabelle.

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$